



1、(10 分) 試求下列極限值：

$$(1) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{4-x} - \sqrt{6}}{x+2} \quad (2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x \sin x - \tan x}{3x^2 \sin x}$$

2、(10 分) 試求下列與導數相關問題：

(1) 若 $y = f(x)$ $x \cos y + y \cos x = 2$ 求 $\frac{dy}{dx}$

(2) 若 $f(x) = x^3 - x$ 的反函數為 f^{-1} ，及其導數為 $(f^{-1})'$ 求 $(f^{-1})'(6)$

3、(18 分) 試求下列積分：

(1) $\int_2^4 \frac{2}{x^2 - 6x + 10} dx$

(2) $\int_2^{\infty} \frac{1}{x(\ln x)^2} dx$

(3) $\int_0^{\infty} x e^{-x} dx$

4、(6 分) 已知 $f(x, y, z) = x e^z - y e^x + z e^{-y}$ 求 f_x ， f_y ， f_z

5、(6 分) 求 $b = -4i + j - 2k$ 在 $a = i + 3j - 3k$ 上的向量投影與純量投影

6、(10 分) 已知 $w = x^2 y$ 且 $x = s^2 + t^2$ ， $y = \cos st$ ，試求 $\frac{\partial w}{\partial s}$

7、(10 分) 試求於 $0 \leq x \leq 1$ ， $1 \leq y \leq 2$ 範圍下， $\iint \frac{dx dy}{x+y}$ 之積分值



8、(10 分) 試求於 $y = x$, $y = x^2$ 曲線包圍範圍下, $\iint xy dx dy$ 之積分值

9、(10 分) 試求定積分 $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^2}$ 之值

10、(10 分) 試求不定積分 $\int \frac{x^3 + 4}{x^2 + x} dx$ 之值



1. GIVEN A commonly used equation for determining the volume rate of flow Q , of a liquid through an orifice located in the side of a tank as shown in Fig. 1 is

$$Q = 1.6A\sqrt{2gh}$$

where A is the area of the orifice, g is the acceleration of gravity, and h is the height of the liquid above the orifice.

FIND Investigate the dimensional homogeneity of this formula. (10 points)

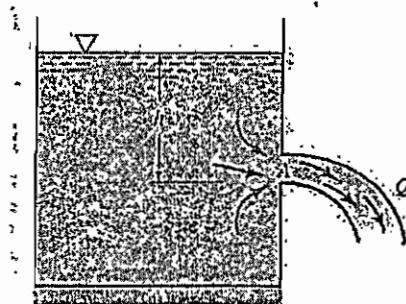


Fig. 1

2. An approximation for the boundary-layer shape in Fig. 2. and velocity formula is

$$u(y) \approx U \sin\left(\frac{\pi y}{2\delta}\right), \quad 0 \leq y \leq \delta$$

where U is the stream velocity far from the wall and δ is the boundary layer thickness, as in Fig. 2. If the fluid is helium at 20°C and 1 atm, and if $U = 10.8 \text{ m/s}$ and $\delta = 3 \text{ cm}$, use the formula to (a) estimate the wall shear stress τ_w in Pa, and (b) find the position in the boundary layer where τ is one-half of τ_w . (20 points)

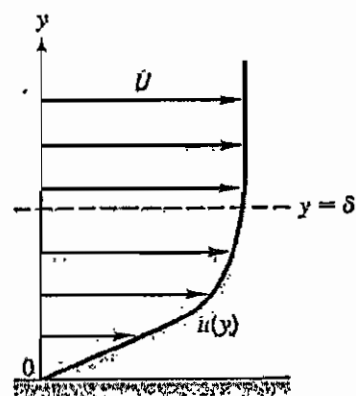


Fig.2



3. Two immiscible liquids of equal thickness h are being sheared between a fixed and a moving plate, as in Fig.3. Gravity is neglected, and there is no variation with x . Find an expression for (a) the velocity at the interface and (b) the shear stress in each fluid. Assume steady laminar flow. (20 points)

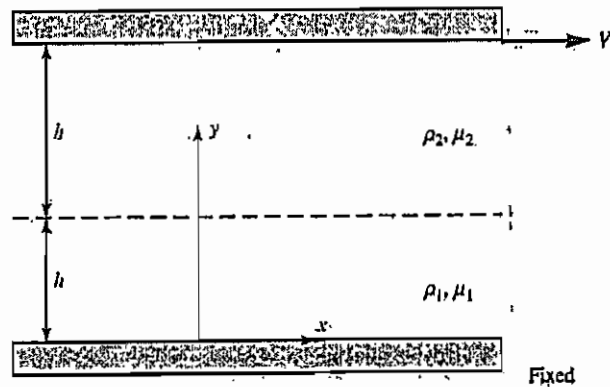


Fig. 3



4. (10%)

A pump with a shaft input of 7.5 kW and an efficiency of 70 percent is connected in a waterline carrying $0.1 \text{ m}^3/\text{s}$. The pump has a 150-mm-diameter suction line and a 120-mm-diameter discharge line. The suction line enters the pump 1 m below the discharge line. For a suction pressure of 70 kN/m^2 , calculate the pressure at the discharge flange and the rise in the hydraulic grade line across the pump.

5. (10%)

Neglecting minor losses and considering the length of pipe equal to its horizontal distance, determine the point of minimum pressure in the siphon of Fig. 4.

When minor losses are neglected, the kinetic-energy term $V^2/2g$ is usually neglected also. Then the hydraulic grade line is a straight line connection the two liquid surfaces.

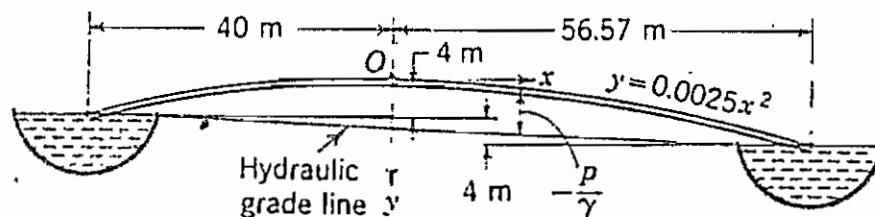


Fig.4 Siphon connecting two reservoirs

6. (10%)

Determine the dimensions of the most economical trapezoidal brick-lined channel to carry $200 \text{ m}^3/\text{s}$ with a slope of 0.0004. ($P = 2\sqrt{3}y$, $b = 2\frac{\sqrt{3}}{3}y$, $A = \sqrt{3}y^2$, $\alpha = 1.49$, $n = 0.016$)

7. (20%)

Water flows in a wide channel at $q = 10 \text{ m}^3/(\text{s} \cdot \text{m})$ and $y_1 = 1.25 \text{ m}$. If the flow undergoes a hydraulic jump, compute (a) y_2 , (b) V_2 , (c) Fr_2 , (d) h_f , (e) the percentage dissipation, (f) the power dissipated per unit width, and (g) the temperature rise due to dissipation if $C_p = 4200 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$. (Classification of hydraulic jumps: (a) $Fr = 1.0$ to 1.7 : undular jumps; (b) $Fr = 1.7$ to 2.5 : weak jump; (c) $Fr = 2.5$ to 4.5 : oscillating jump; (d) $Fr = 4.5$ to 9.0 : steady jump;

(e) $Fr > 9.0$: strong jump. (hint: $\frac{2y_2}{y_1} = -1 + (1 + 8Fr_1^2)^{1/2}$, $V_2 = \frac{V_1 y_1}{y_2}$, $h_f = \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1 y_2}$)



一、選擇題 (共 40 分) (每題 2 分)

1. 光煙霧的形成主要是由於何項物質所引起？
(A) 硫的氧化物 (B) 氮的氧化物 (C) 碳的氧化物 (D) 惰性氣體
2. 已知金屬 (M) 之氧化物 (M_2O_3) 含有 24.2% 的氧，試求金屬 M 的原子量為：
(A) 25.1 (B) 50.2 (C) 56.3 (D) 75.3
3. 欲將 H_2 在標準狀況下 112 公斤需電解水若干克？
(A) 70 克 (B) 80 克 (C) 90 克 (D) 100 克
4. 製造高純度水的方法為：
(A) 離子交換法 (B) 蒸餾法 (C) 過濾法 (D) 電解法
5. 那些定律不可由氣體動力論推導而得？
(A) 波義耳定律 (B) 分壓定律 (C) 氣體擴散定律 (D) 拉午耳定律
6. pH=2 的鹽酸 100 mL 與 pH=13 的 NaOH 溶液 100 mL 混合時，溶液 pH 值為若干？($\log 9 = 0.95, \log 2 = 0.30$)
(A) 12.6 (B) 9.6 (C) 8.6 (D) 5.5
7. 過去鹼氣工業會造成河川的污染，因其排水含有：
(A) Cd (B) Pb (C) Hg (D) As
8. 於 500 mL 2.0 M 醋酸溶液加多少莫耳醋酸鈉，並加水至總體積 1.0 升時，溶液的 pH 值就等於 5？(醋酸 $K_a = 1.8 \times 10^{-5}$)
(A) 0.9 (B) 1.8 (C) 2.6 (D) 3.0
9. NH_3 之 $K_b = 2 \times 10^{-5}$ ，於 50 mL 0.2 M HCl 中加入 0.4 M 之氨水 50 mL，形成的混合液之 pH 值若干？
(A) 4.7 (B) 5.7 (C) 8.3 (D) 9.3
10. 下列何者之最外層電子組態為 $4S^24P^3$ ？
(A) V (B) As (C) Ga (D) In
11. 重量相等的下列各物質，所含原子莫耳數最多者為？(原子量：Cl=35.5)
(A) 氯化氫 (B) 氯 (C) 水 (D) 二氧化硫
12. 下列哪一氣層的溫度隨高度增加而降低？
(A) 對流層 (B) 平流層 (C) 臭氧層 (D) 電離層
13. 永久硬水中加入何物可使其軟化？
(A) NaOH (B) NaCl (C) Na_2CO_3 (D) H_2SO_4
14. 下列反應何者不產生 H_2 ？
(A) 投一小粒鈉於水中 (B) 銅與濃硫酸共熱
(C) 鋅與氫氧化鈉溶液共熱 (D) 通水蒸氣於赤熱的碳
15. 分離 Ca^{2+} 與 Al^{3+} 可使用何種試劑？
(A) HCl (B) HNO_3 (C) 醋酸 (D) 氨水



16. BaCrO_4 微溶於水中，在水中加何種物質會增加 BaCrO_4 的溶解度？
(A) Na_2CO_3 (B) NH_3 (C) 乙醇 (D) HCl
17. 電解下列各組化合物之 1M 水溶液時，其陰陽極產物皆相同的為何組？
(A) NaOH 與 NaF (B) MgCl_2 與 Na_2SO_4
(C) KI 與 NaOH (D) CuSO_4 與 MgF
18. 在 $\text{CaCO}_3(\text{s}) \leftrightarrow \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g})$ 平衡中，下列何項措施會使 CO_2 的濃度增加？
(A) 加入 $\text{CaCO}_3(\text{s})$ (B) 加入 $\text{CaO}(\text{s})$ (C) 升高溫度 (D) 加入 $\text{CO}_2(\text{g})$
19. 25°C , 1 atm 下分解反應 $\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \leftrightarrow 2\text{NO}_2(\text{g})$ 的平衡常數 (K_p) 為若干？
(A) 0.06 (B) 0.13 (C) 0.19 (D) 0.38
20. Be, B, N 三元素的第一游離能大小順序為：
(A) $\text{Be} > \text{B} > \text{N}$ (B) $\text{N} > \text{Be} > \text{B}$ (C) $\text{N} > \text{B} > \text{Be}$ (D) $\text{Be} > \text{N} > \text{B}$

二、計算題及問答題 (共 60 分)

1. 平衡下列方程式：
- (1) $\text{N}_2\text{H}_4 + \text{N}_2\text{O}_4 \rightarrow \text{N}_2 + \text{H}_2\text{O}$ (2 分)
 - (2) $\text{NH}_2 + \text{CuO} \rightarrow \text{Cu} + \text{N}_2 + \text{H}_2\text{O}$ (2 分)
 - (3) $\text{KClO}_3 \rightarrow \text{KCl} + \text{O}_2$ (2 分)
 - (4) $\text{NH}_4\text{Cl} + \text{Ba}(\text{OH})_2 \rightarrow \text{BaCl}_2 + \text{NH}_3 + \text{H}_2\text{O}$ (2 分)
 - (5) $\text{NH}_3 + \text{O}_2 \rightarrow \text{NO} + \text{H}_2\text{O}$ (2 分)
2. 一溪流中含有可氧化有機物相當於 0.0001% 碳，則此溪水之 BOD 值為多少 mg/L？(10 分)
3. 100°C 之水蒸氣凝結成 100°C 之水 180 克，此時所得之能量用以產生氣體苯 (在其沸點) 936 克，水之莫耳汽化熱 (在 100°C) 是 9.6 kcal，試問苯之莫耳汽化熱為多少？(10 分)
4. 某種碳化合物之簡式為 CX_2 ，在 S.T.P 時其蒸氣密度為 1.25 g/L，且已知該化合物含碳 85.7%，請求：
- (1) 該物質之分子式為何？(5 分)
 - (2) X 可能為何種元素？(5 分)
5. KNO_3 於 10°C 、 60°C 時對水的溶解度 (g/100g 水) 分別為 20、110，現有 60°C 的 KNO_3 飽和溶液 110 克將其冷卻至 10°C ，可析出 KNO_3 若干克？(10 分)
6. 試計算下列各溶液之離子強度：(Hint: $\mu = \frac{1}{2} \sum C_i Z_i^2$)
- (A) 0.01 M KCl (2 分)
 - (B) 0.01 M H_2SO_4 (2 分)
 - (C) 0.01 M AlCl_3 (2 分)
 - (D) 0.006 M $\text{CaCl}_2 + 0.015$ M KBr (4 分)