



一、圖 1 所示平面桁架，設各桿件之 EI/L 值為常數。試分析各桿軸力，並指出受壓或拉。(20 分)

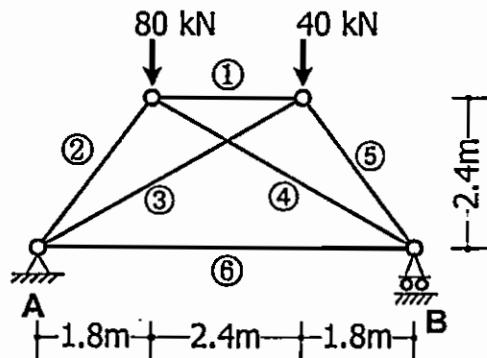


圖 1

二、圖 2 平面剛構架 A、D 點為固定支承，B、C 點為剛性接點，E、F 為鉸支承。設桿件 EI 值如圖示，且軸向長度不變。試回答下列問題：

- 請指出力法分析此構架有幾次靜不定？(2 分)
- 請指出位法分析此構架有哪些自由度？(2 分)
- 請問此構架是對稱結構還是反對稱結構？(2 分)
- 分析各桿端彎矩。(12 分)
- 繪製剪力圖。(6 分)
- 繪製彎矩圖，不必求反曲點。(6 分)

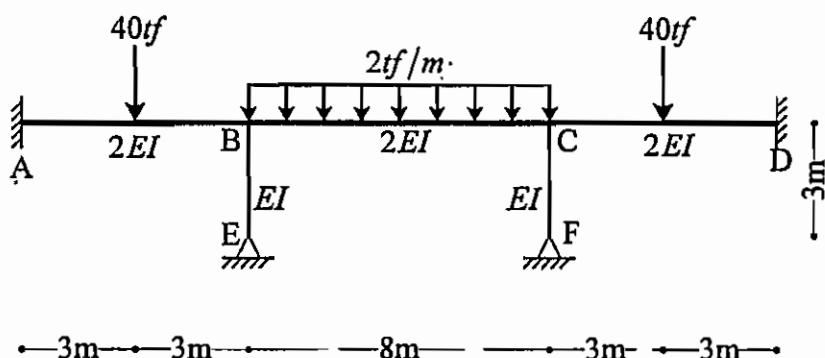
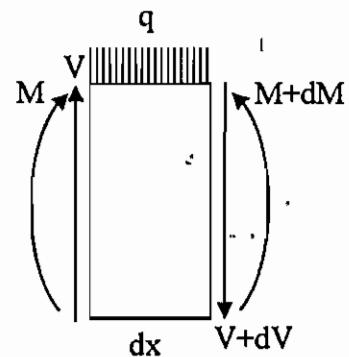


圖 2



三、平面自由體正 x 面應力 $\sigma_x = -2$, $\tau_{xy} = 1$, 正 y 面應力 $\sigma_y = 1$, $\tau_{xy} = 1$,
 最大主應力 $\sigma_1 = \underline{\hspace{2cm}}$, 存在於正 x 面逆時針轉 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度之面上,
 最小主應力 $\sigma_2 = \underline{\hspace{2cm}}$, 最大剪應力 $\tau_{12} = \underline{\hspace{2cm}}$,
 自由體正 x 面逆時針轉 10 度之面上, 應力 $\sigma = \underline{\hspace{2cm}}$, 剪應力 $\tau = \underline{\hspace{2cm}}$,
 自由體正 x 面逆時針轉 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度之方向上(最小轉角), 應力 $\sigma = 0.5$, 此處之剪應
 力 $\tau = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 自由體正 x 面逆時針轉 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度之方向上(最小轉角), 應剪力 $\tau = 0.5$, 此處之應
 力 $\sigma = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 (應力計至小數點 3 位, 角度計至小數點 1 位, 每格 3 分)
 解答以自由體 360 度卡氏座標正負號系統表示！

四、證明梁上彎矩(M)延梁長向(x)的微分等於剪力(V), $dM/dx = V$ 。(20 分)





一、 試求解下列常微分方程式：

(a) $y'' + \frac{4}{x}y' + \frac{4}{x^2}y = x^2 + 1$ (for $x > 0$) ; (12 分)

(b) $y' + y = -\frac{2x}{y}$, $y(0) = 2$; (10 分)

二、 試以拉氏變換(Laplace transform)，求解以下微分方程式：

$$y'' + 4y = 1 - u(t-1) + \delta(t-2), \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$$

(提示: $u(t)$ 為 unit step function, $\delta(t)$ 為 Dirac's delta function) ; (13 分)

三、 矩陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -3 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 1-3i & 2+4i \\ 1+3i & -1 & 3+2i \\ 2-4i & 3-2i & 3 \end{bmatrix}$,

$$D = \begin{bmatrix} 1/3 & d_{12} & 0 \\ 2/3 & d_{22} & 1/\sqrt{2} \\ -2/3 & d_{32} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix},$$

(a) 求 A 之特徵值(eigenvalue)及其對應之特徵向量(eigenvector)； (8 分)

(b) 求反矩陣 A^{-1} ； (5 分)

(c) 求行列式 $|B|$ ； (5 分)

(d) 求行列式 $|A^2 B^{-1}|$ 之值； (3 分)

(e) 下列何者可能為 C 的特徵值？請說明理由； (4 分)

- (1) 2.3, 3.9, 1-3.6i (2) 5.8i, -6.8i, 2i (3) -5.6, 1.4, 8.2 (4) 5.2i, -5.2i, 2.5

(f) 說明如何在矩陣 D 中填入未知元素值，使其成為一個 3×3 的正交(orthogonal)矩陣。 (5 分)

四、 若已知 $f(x) = 10 - 5x$ for $0 < x < 2$ ，且其乃是一個週期為 2 之週期性函數，

(a) 請列出 $f(x)$ 之傅立葉級數(Fourier series)； (15 分)

(b) 以(a)之結果證明 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots = \frac{\pi}{4}$ 。 (5 分)

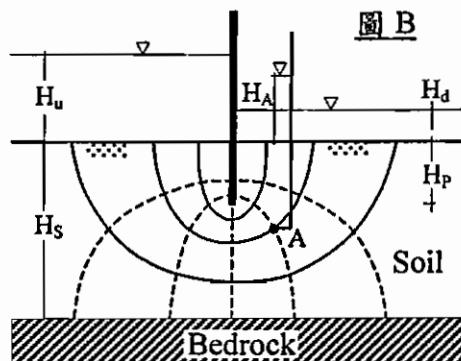
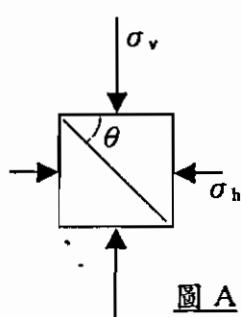
五、 若空間中有三點： $A(1, 1, 0)$ 、 $B(-2, 0, 1)$ 、 $C(0, 1, 2)$ ，試求通過 A 、 B 與 C 三點之平面方程式。 (5 分)

六、 若有一從地表上昇之圓形螺旋樓梯，其半徑為 2 公尺，每繞一圈上昇 $\pi/3$ 公尺，且共環繞了三圈到達頂點。若將樓梯中心線與地表之交點定為原點，試寫出描述此圓形螺旋樓梯之曲線參數式，並求出此樓梯之總長度。 (10 分)

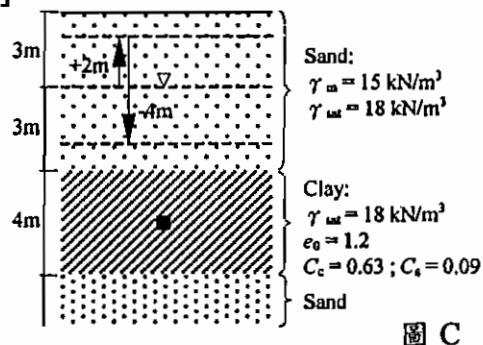


本試題共 8 題；第 1 題 8 分；第 2、5、7、8 題，每題 10 分；第 3 題 7 分；第 4 題 15 分；第 6 題 30 分；共計 100 分；請依題號作答並將答案寫在答案卷上，違者不予計分。若題目之條件不足，請自行作合理之假設。

- (1) 依據統一土壤分類法 (USCS)，請說明礫石 (gravel)、砂 (sand)、及細料 (fines；含粉土與黏土) 之顆粒尺寸界值 (以 mm 表示)；(2) 請說明無凝聚性土壤 (cohesionless soils) 與凝聚性土壤 (cohesive soils) 力學特性之差異與原因。 [8%]
- (1) 對於圖 A 所示之土壤單元體，若 $\sigma_v=20\text{KPa}$ 、 $\sigma_h=10\text{KPa}$ ，請估計在 $\theta=45^\circ$ 斜面上正應力 (σ) 與剪應力 (τ) 之大小與方向；(2) 若為砂性土壤 $\phi=30^\circ$ ，當 σ_h 增加以致剪力破壞時，求最大側向應力 σ_{hf} ；(3) 承上小題，若為不排水試驗且破壞時之孔隙水壓增量 $\Delta u=+10\text{KPa}$ ，求破壞時之孔隙水壓係數 A_f 。 [10%]



- 參考圖 B，若 $H_u=5\text{m}$ 、 $H_d=2\text{m}$ 、 $H_s=10\text{m}$ 、 $H_p=3\text{m}$ ，試問：(1) 等勢能線 (equipotential lines) 之意義；(2) 流渠 (flow channel, N_f) 與勢能落差 (potential drop, N_d) 各有多少；(3) A 點之水位高度 (H_A) 為何？ [7%]
- 參考圖 C，地層中主要壓縮層為 4m 厚之黏土層，原地下水位於地表下 3m。於 t_1 時間地下水位上升 2m，待黏土層體積變化完成後、於 t_2 時間地下水位下降 4m。試問：(1) 以 e - $\log \sigma'$ 圖、示意說明地下水位之浮動對黏土層 (e 、 σ') 之影響；(2) 由於地下水位上升造成黏土層厚度之改變量有多少？(3) 由於地下水位下降造成黏土層厚度之改變量又有多少？ [15%]





5. 名詞解釋：(1) OCR； (2) Apparent Earth Pressure Envelop； (3) Dilation；
(4) Principal Stresses； (5) Geotextile. [10%]
6. 有一底面積為 $30\text{ m} \times 20\text{ m}$ 之筏基，承受總荷重 62000 kN ，將建造在一飽和單位重為 18.84 kN/m^3 之黏土層上。 (1) 在考慮最小沉陷量之下，求筏基底面之深度？ (2) 今已知在地表面下 9 m 處有一砂層為受壓水層，如何知該砂層之水頭？ (3) 若該砂層之水頭在地表面下 3 m 處，則在進行基礎開挖時，可能會有那些問題？試求問題發生時之開挖深度？ (4) 在整體考慮以上問題，如何設計筏基之底面之深度？ [30%]
7. 依據鑽探方法、取樣器具及最常用之標準等，說明如何判斷鑽探所獲取之土樣為擾動土樣或不擾動土樣。 [10%]
8. 試寫出下列英文之中文翻譯，並解釋其意義或用途：
(1) in situ； (2) Standard Penetration Tests； (3) Excessive Settlement；
(4) Compensated Foundation； (5) Drilled Shafts. [10%]