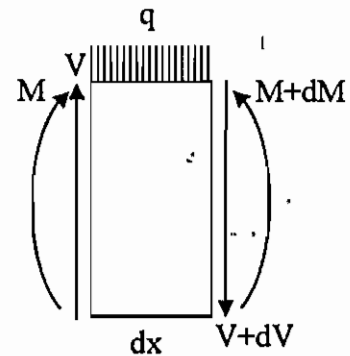




- 三、平面自由體正 x 面應力 $\sigma_x = -2$ ， $\tau_{xy} = 1$ ，正 y 面應力 $\sigma_y = 1$ ， $\tau_{xy} = 1$ ，
 最大主應力 $\sigma_1 = \underline{\hspace{2cm}}$ ，存在於正 x 面逆時針轉 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度之面上，
 最小主應力 $\sigma_2 = \underline{\hspace{2cm}}$ ，最大剪應力 $\tau_{12} = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 自由體正 x 面逆時針轉 10 度之面上，應力 $\sigma = \underline{\hspace{2cm}}$ ，剪應力 $\tau = \underline{\hspace{2cm}}$ ，
 自由體正 x 面逆時針轉 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度之方向上(最小轉角)，應力 $\sigma = 0.5$ ，此處之剪應力 $\tau = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 自由體正 x 面逆時針轉 $\underline{\hspace{2cm}}$ 度之方向上(最小轉角)，應剪力 $\tau = 0.5$ ，此處之應力 $\sigma = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
 (應力計至小數點 3 位，角度計至小數點 1 位，每格 3 分)
 解答以自由體 360 度卡氏座標正負號系統表示！

- 四、證明梁上彎矩(M)延梁長向(x)的微分等於剪力(V)， $dM/dx = V$ 。(20 分)





一、試求解下列常微分方程式：

(a) $y'' + \frac{4}{x}y' + \frac{4}{x^2}y = x^2 + 1$ (for $x > 0$) ; (12 分)

(b) $y' + y = -\frac{2x}{y}$, $y(0) = 2$; (10 分)

二、試以拉氏變換(Laplace transform)，求解以下微分方程式：

$y'' + 4y = 1 - u(t-1) + \delta(t-2)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = 0$.

(提示: $u(t)$ 為 unit step function, $\delta(t)$ 為 Dirac's delta function) ; (13 分)

三、矩陣 $A = \begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -3 & -3 & -2 \\ 3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 4 \\ 3 & 6 & 4 & 3 \\ 4 & 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 2 & 1-3i & 2+4i \\ 1+3i & -1 & 3+2i \\ 2-4i & 3-2i & 3 \end{bmatrix}$,

$D = \begin{bmatrix} 1/3 & d_{12} & 0 \\ 2/3 & d_{22} & 1/\sqrt{2} \\ -2/3 & d_{32} & 1/\sqrt{2} \end{bmatrix}$,

(a) 求 A 之特徵值(eigenvalue)及其對應之特徵向量(eigenvector) ; (8 分)

(b) 求反矩陣 A^{-1} ; (5 分)

(c) 求行列式 $|B|$; (5 分)

(d) 求行列式 $|A^2B^{-1}|$ 之值 ; (3 分)

(e) 下列何者可能為 C 的特徵值? 請說明理由 ; (4 分)

(1) 2.3, 3.9, $1-3.6i$ (2) $5.8i, -6.8i, 2i$ (3) $-5.6, 1.4, 8.2$ (4) $5.2i, -5.2i, 2.5$

(f) 說明如何在矩陣 D 中填入未知元素值, 使其成為一個 3×3 的正交(orthogonal)矩陣。 (5 分)

四、若已知 $f(x) = 10 - 5x$ for $0 < x < 2$, 且其乃是一個週期為 2 之週期性函數,

(a) 請列出 $f(x)$ 之傅立葉級數(Fourier series) ; (15 分)

(b) 以(a)之結果證明 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{(2n-1)} = 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots = \frac{\pi}{4}$ 。 (5 分)

五、若空間中有三點: $A(1, 1, 0)$ 、 $B(-2, 0, 1)$ 、 $C(0, 1, 2)$, 試求通過 A、B 與 C 三點之平面方程式。 (5 分)

六、若有一從地表上昇之圓形螺旋樓梯, 其半徑為 2 公尺, 每繞一圈上昇 $\pi/3$ 公尺, 且共環繞了三圈到達頂點。若將樓梯中心線與地表之交點定為原點, 試寫出描述此圓形螺旋樓梯之曲線參數式, 並求出此樓梯之總長度。 (10 分)



5. 名詞解釋：(1) OCR； (2) Apparent Earth Pressure Envelop； (3) Dilation；
(4) Principal Stresses；(5) Geotextile. [10%]
6. 有一底面積為 $30\text{ m} \times 20\text{ m}$ 之筏基，承受總荷重 62000 kN ，將建造在一飽和單位重為 18.84 kN/m^3 之黏土層上。(1) 在考慮最小沉陷量之下，求筏基底面之深度？(2) 今已知在地表面下 9 m 處有一砂層為受壓水層，如何知該砂層之水頭？(3) 若該砂層之水頭在地表面下 3 m 處，則在進行基礎開挖時，可能會有那些問題？試求問題發生時之開挖深度？(4) 在整體考慮以上問題，如何設計筏基之底面之深度？ [30%]
7. 依據鑽探方法、取樣器具及最常用之標準等，說明如何判斷鑽探所獲取之土樣為擾動土樣或不擾動土樣。 [10%]
8. 試寫出下列英文之中文翻譯，並解釋其意義或用途：
(1) in situ； (2) Standard Penetration Tests； (3) Excessive Settlement；
(4) Compensated Foundation； (5) Drilled Shafts. [10%]