



一、試求解下列常微分方程式：

(a) $xy - (y + xy^3 \ln x)dx = 0$ (15 分)

(b) $(3x+2)^2 y'' + 3(3x+2)y' - 9y = 9x^2 + 3x - 2$ (15 分)

二、試求下列函數 $f(t)$ 之拉氏變換(Laplace transform) (10 分)。

$$f(t) = \begin{cases} \cos t, & 0 < t < \pi \\ 0, & \pi < t < 2\pi \end{cases} \quad \text{且} \quad f(t+2\pi) = f(t)$$

三、試求下列微分方程式之特徵值(eigenvalue)及特徵函數(eigenfunction)。

$$y'' + \eta y = 0; \quad x \in [0, L]; \quad \text{B.C. : } y'(0) = 0, \quad y'(L) = 0 \quad (10 \text{ 分})$$

四、矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 6 & 2 & -3 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 987 & 2 & 256 \\ 987 & 1 & 256 \\ 988 & -123 & 256 \end{bmatrix}$, $C = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ -2 & -4 & -3 & -7 \\ 3 & 7 & 11 & 12 \\ -4 & -9 & -11 & -14 \end{bmatrix}$,

$$D = \begin{bmatrix} 1 & 5 & 6 & 7 \\ 5 & 2 & 8 & 9 \\ 6 & 8 & 3 & 10 \\ 7 & 9 & 10 & 4 \end{bmatrix}, \quad E = \begin{bmatrix} 0 & 2+i & 1-2i & -3+2i \\ -2+i & -i & 0 & -4-i \\ -1-2i & 0 & 2i & 0 \\ 3+2i & 4-i & 0 & -3i \end{bmatrix},$$

(a) 求 A 之特徵值(eigenvalue)及其對應之特徵向量(eigenvector) (8 分)；

(b) 求行列式 $|A^3 B^{-1}|$ (6 分)； (c) 求行列式 $|C|$ (6 分)；

(d) 下列何者可能為 D 的特徵值？何者可能為 E 的特徵值？請說明理由 (5 分)。

(1) $-4.6, 2.3, 1+3.9i, 1-3.9i$ (2) $5.8i, -6.8i, -3.1i, 2.1i$

(3) $-6.7, -5.6, -3.3, 25.6$ (4) $0, 5.2i, -5.2i, 3.1-2.5i$

五、若已知 $f(x) = \cos \frac{\pi}{2} x$ for $-1 < x < 1$ ，且其乃是一個週期為 2 之週期性函數，

(a) 請列出 $f(x)$ 之傅立葉級數(Fourier series) (10 分)；

(b) 以(a)結果證明 $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot \frac{n}{(2n-1)(2n+1)} = -\frac{1}{3} + \frac{2}{15} - \frac{3}{35} + \frac{4}{63} - + \dots = -\frac{1}{4}$ (5 分)。

六、若 $x-y-z$ 空間座標系統中有 $A(1, 0, 2)$ 、 $B(-1, 1, 0)$ 及 $C(0, 1, 1)$ 三點，

(a) 求三角形 ABC 之面積 (3 分)；

(b) 若 Γ 為連結由 A 至 B 、再由 B 至 C 兩段線段的折線，請由 A 至 C 沿著 Γ 進行下

列積分： $\int [y^2 z dx + 2xyz dy + xy^2 dz]$ (7 分)。

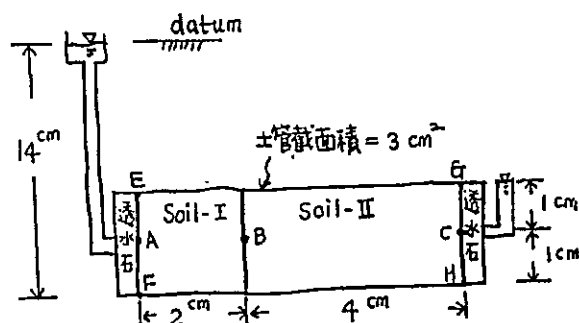


本試題共 7 題，共計 100 分；請依題號作答並將答案寫在答案卷上，違者不予計分。

- 試寫出下列英文名詞之中文翻譯，並解釋其意義：
 (1) bearing capacity (2) local shear failure (3) differential settlement (4) retaining wall
 (5) braced cut。(10%)
- 試述四種最常用之土壤鑽探方法及其適用之地質情況。最常使用那幾種土壤取樣器以分別獲得擾動土樣及不擾動土樣？並說明如何貫入地下取樣。敘述此擾動與不擾動土樣將可分別進行何種試驗與藉以獲得資料之種類？由取樣至試驗結果之整個過程中，解釋各種可能影響擾動之因素與對策。(20%)
- 某一結構物之外側柱與內側柱的中心距為 5 m，分別承受載重 900 與 1200 kN，外側柱中心與財產線距離為 0.5 m。若土壤容許承载力為 100 kN/m^2 ，試設計一基礎之型式及尺寸，並估算基礎與土壤接觸壓力分佈狀況及大小。(若條件不足時，請自行作合理假設) (20%)
- 試利用土壤三相圖推導出以下公式： $S_e = wG_s$ (5%)

- 如圖一所示，Soil-I 之透水係數 $k = 2 \times 10^{-7} \text{ [cm/sec]}$ ，Soil-II 之透水係數 $k = 1 \times 10^{-6} \text{ [cm/sec]}$ 。請回答以下問題：

- 計算並繪出沿土管中心線(A-B-C)之總水頭(Total head)與壓力水頭之分布圖 (5%)
- 計算流經土管之滲流量 (以 cm^3/sec 表示) (5%)
- 以 1 cm^2 正方為基準，繪出土管 EFHG 範圍內之流網圖 (5%)



圖一

- 以過壓密黏土為例，說明試驗室壓密曲線須修正為原始(現地)壓密曲線之主要原因有哪些？ (5%)
 - 繪出示意圖並詳細說明此修正步驟。(提示：於圖上須註明且說明 C_c 、 C_r 、預壓密應力、 e_0 等) (10%)



7. 一飽和正常壓密黏土試體進行三軸軸向壓縮之壓密不排水(CU)試驗，有效壓密壓力為 330kPa，其試驗結果如表一所示。請回答以下問題：

- (1) 繪出此試驗過程之總應力路徑與有效應力路徑 (5%)
- (2) 該土壤之 Mohr-Coulomb 強度參數 c' 與 ϕ' (5%)
- (3) 破壞時之 Skempton 孔隙水壓力參數 A_f (5%)

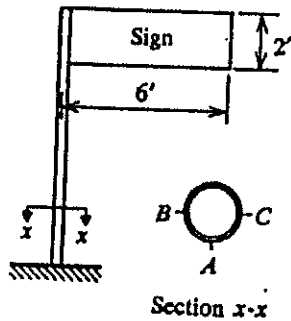
表一、CU 試驗結果

$\sigma_1 - \sigma_3$ (kPa)	軸向應變 ϵ (%)	Δu (kPa)
0	0	0
30	0.06	15
60	0.15	32
90	0.30	49
120	0.53	73
150	0.9	105
180	1.68	144
210	4.40	187
240	15.50 (破壞)	238



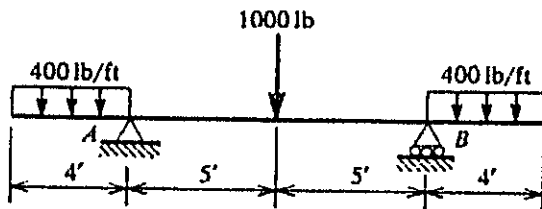
本試題共四題，每題題分標示於題尾，共計 100 分，請依題號作答，並將答案寫在答案卷上，違者不予計分

1. 風力對一公路標誌版之均勻壓力為 40 psi，此標誌版是由一長管（其內徑為 3.5 in.，外徑為 4 in.）所支撐著，標誌版面為 6 ft x 2 ft，其底面距地面 7 ft，如圖(一)所示，試求長管與地面支撐處之 A、B、C 各點的最大剪應力？（1' = 1 ft = 12 in.）(30 pts)



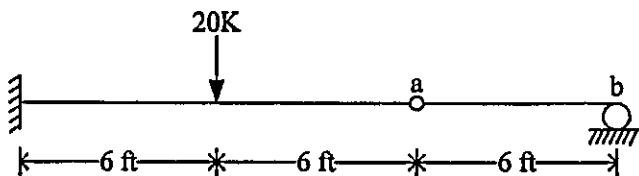
圖(一)

2. 對圖(二)的諸樑畫出其剪力與撓矩圖。(1' = 1 ft = 12 in.)(20 pts)



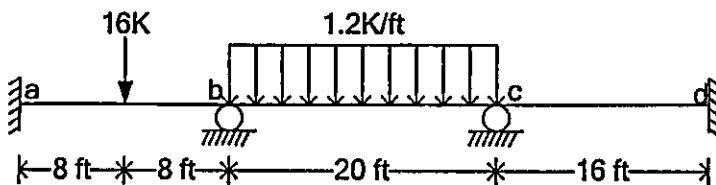
圖(二)

3. 利用共軛梁法計算圖(三)梁之點 a 的變位與點 b 的轉角，假設梁之 EI 值為 30,000k-ft². (25 pts)



圖(三)

4. 一梁如圖(四)所示，於 ab 中點受一集中力 16k，於 bc 間受一均佈載重 1.2k/ft，請利用彎矩分配法計算梁之各端的彎矩，假設梁之 EI 值一致。(25 pts)



圖(四)